Devoir Libre n° 2

Exercice 1

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{-x^3}{4}$ et $g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

1. Déterminer D_f et D_g les domaines de définition de f et g respectives.
2. Donner les tableaux de variations de f et g.
3. Tracer (C_f) et (C_g) les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation :$f(x) < g(x)$.
5. Déterminer $f\left(]2,+\infty[\right)$ et $f\left(]-2,2[\right)$.
6. Soit h la fonction définie par :$h(x) = (g \circ f)(x)$.
   (a) Déterminer D_h le domaine de définition de h.
   (b) Montrer que :$\forall x \in D_h :\ h(x) = \dfrac{x^3-4}{x^3+8}$.
   (c) Montrer que h est majorée par 1 sur $]-2,+\infty[$.
   (d) Déterminer la monotonie de h sur $]-2,2[$ et $]2,+\infty[$.

Exercice 2

Soit ABC un triangle et G un point du plan tel que :$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. Déterminer α et β deux réels tels que G est le barycentre de $(B;\alpha)$ et $(C;\beta)$ avec $\alpha+\beta=3$.
2. Soit H un point du plan tel que :$\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et K le barycentre de $(A;-2)$ et $(C;1)$.
   (a) Montrer que H est le barycentre de $(A;-2)$,$(B;2)$ et $(C;1)$.
   (b) Montrer que $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AC}$
3. Construire le triangle ABC et les points G ,H et K.
4. Montrer que A ,G et H sont alignés.
5. Montrer que H est le barycentre de $(K;-1)$ et $(B;2)$.
6. Déduire que $H \in (KB) \cap (GA)$.
7. On suppose que le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ et $A(2;-1)$,$B(3;1)$ et $C(-2;0)$.Déterminer les coordonnées du point H.