Devoir libre n° 3

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,on considère les points $A(1;2)$, $B(-2;1)$ et $C(-3;4)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. (a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
   (b) Calculer les distances AB,AC et BC.
   (c) Calculer $\cos(\overline{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et $\sin(\overline{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$.
   (d) En déduire la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$.
   (e) Déduire la nature du triangle ABC.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') passant par $K(-3,2)$ et perpendiculaire à la droite (AB).
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) la médiatrice du segment $[BC]$.
5. Déterminer une équation cartésienne de (Δ) la hauteur du triangle ABC issue du point B.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,on considère le points $A(2;\sqrt{3})$ et $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que :$x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$.

1. Prouver que $(\mathcal{C})$ est un cercle dont on déterminera le centre Ω et le rayon R.
2. Vérifier que $A \in (C)$.
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente (D) au cercle $(\mathcal{C})$ en A.
4. Soit (Δ) : $\sqrt{3}x + y - 5\sqrt{3} = 0$. Montrer que la droite (Δ) coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en deux points I et J.
5. Déterminer les coordonnées de I et J.
6. Résoudre graphiquement $\mathbb{R}^2$ le système : (S) : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ \sqrt{3}x + y - 5\sqrt{3} \leq 0 \end{cases}$