Série 3 : Le barycentre dans le plan.

Exercice 1

Soient A,B et C trois points tels que B est le milieu de $[AC]$.G est le barycentre de $(A;1)$ et $(C;3)$.G' est le barycentre de $(B;2)$ et $(C;2)$.Montrer que $G=G'$.

Exercice 2

Dans le triangle ABC,E est le milieu du segment $[AB]$ et G est le barycentre de $(A,-2)$,$(B;-2)$ et $(C;15)$.Démontrer que G,C et E sont alignés.

Exercice 3

Soient A,B et C trois points dans le plan.soit G est le barycentre de $(A;2)$ et $(B;-3)$ et H est le barycentre de $(A;2)$,$(B;-3)$ et $(C;-1)$.

1. Faites une figure.
2. Montrer que H est le milieu de $[CG]$.
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=12$

Exercice 4

Soient A,B,C et D quatre points dans le plan tels que : $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
Déterminer α,β et γ dans chacun des cas suivants :

1. D est le barycentre de (A,α), (B,β) et (C,γ).
2. A est le barycentre de (B,α) ,(C,β) et (D,γ).

Exercice 5

Soit ABC un triangle.B' est le barycentre de $(A;-2)$ et $(C;1)$.A' est le barycentre de $(A;2)$ et $(B;-3)$.C' est le barycentre de $(B;3)$ et $(C;-1)$.

1. Faites une figure.
2. Montrer que pour tout point M du plan on a :$-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\vec{0}$.
3. Déduire que A',B' et C' sont alignés.

Exercice 6

Soit ABC un triangle.I est le barycentre de $(A;2)$ et $(C;1)$.J est le barycentre de $(A;1)$ et $(B;2)$.K est le barycentre de $(B;-4)$ et $(C;1)$.

1. Faites une figure.
2. Montrer que B est le barycentre de $(K;3)$ et $(C;1)$.
3. Montrer que J est le milieu du segment $[KI]$.

Exercice 7

Soit $ABCD$ un parallélogramme et le point P est défini par :$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. Construire le point Q barycentre des points pondérés $(A;-3)$ et $(D;1)$.
2. Déterminer deux réels a et b pour que :$a+b=3$ et P soit le barycentre de (A,a) et (B,b).
3. Montrer que le point C est le barycentre de $(A;-1)$;$(B;1)$ et $(D;1)$.
4. Montrer que les points P ;C et Q sont alignés.

Exercice 8

SoitABC un triangle.

1. Construire le point G barycentre de $(A;3)$ et $(B;5)$.
2. Construire le point P défini par la relation :$7\overrightarrow{BP} - 2\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.
3. Soit F le barycentre de $(A;3)$ et $(C;2)$ et soit M le barycentre de $(A;3)$,$(B;5)$ et $(C;2)$.
   (a) Construire les points F et M.
   (b) Montrer que les droites (BF),(AP) et (CG) sont concourantes.

Exercice 9

Soit I le centre de gravité du triangle ADC et J le barycentre de $(A;-1)$,$(B;2)$,$(C;1)$ et $(D;2)$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :$\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$.

Exercice 10

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ .Soient $A(-1,1)$,$B(0,2)$ et $C(2,-3)$.
Soit G est le barycentre de $(A,2)$ et $(B,-3)$.H est le barycentre de $(A,2)$,$(B,-3)$ et $(C,-1)$.

1. Déterminer les coordonnées de G.
2. Déterminer les coordonnées de H.
3. Montrer que H est le milieu de $[CG]$

Exercice 11

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ .Soient $A(2,1)$,$B(-1,5)$,$C(5,7)$ et $G(1,\frac{5}{2})$.
$G(1,\frac{5}{2})$.

1. Déterminer les coordonnées de I le barycentre de $(B;2)$ et $(C;2)$.
2. Déterminer les coordonnées de H le centre de gravité du triangle ABC.
3. Est ce qu'il existe un réel k pour que le point G soit le barycentre de $(A;1)$ et $(B;k)$?.