calcul vectoriel dans le plan

1 Activités préparatoires

Activité 1

Compléter le tableau suivant par "oui" ou "non" (voir les figures 1 ;2 ;3 et 4)

	Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction				
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens				
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même norme				

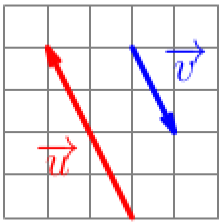


Figure 1

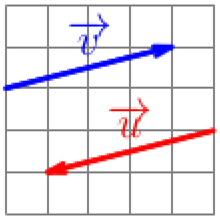


Figure 2

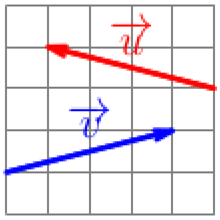


Figure 3

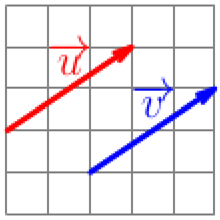
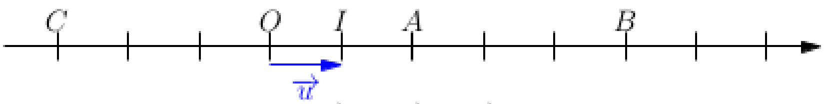


Figure 4

Activité2

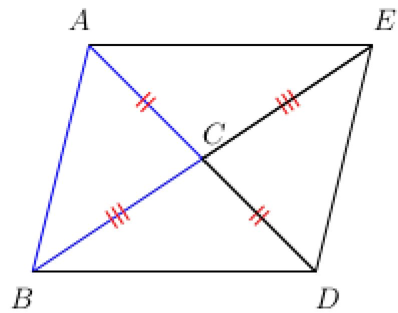
Dans une droite graduée (OI) ,on considére les points A ,Bet C d'abscisses 2; 5 et -3.



1. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OA}$;$\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$ en fonction de $\vec{u}$.
2. Construire les points G et H Définis par : $\overrightarrow{OG} = \frac{-1}{2}\vec{u}$ et $\overrightarrow{OH} = \frac{7}{3}\vec{u}$
3. Construire le point K tel que : $\overrightarrow{BK} = 2\vec{u}$
4. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$;$\overrightarrow{BA}$;$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\vec{u}$.
5. Que représente le point A pour le segment $[CK]$?.

Activité 3

En utilisant la figure ci-conte,compléter les égalités suivante :



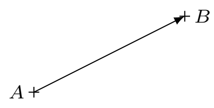
a) $\overrightarrow{AB} = \cdots$
b) $\overrightarrow{BD} = \cdots$
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \cdots$
d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \cdots$
e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \cdots$
f) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CA} = \cdots$

2 Les vecteurs du plan :(Rappels)

2.1 Éléments d'un vecteur

Définition

Soient A et B deux points distincts.Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :
- Sa direction est la droite (AB).
- Son sens (De A vers B)
- Sa norme (ou sa longueur) est notée $||\overrightarrow{AB}|| = AB$



Remarques

1. Le vecteur nul est noté $\vec{0}$,n'a pas de direction et sa norme est nulle.
2. $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ équivaut à $A = B$.
3. Les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction,la même norme et de sens contraire.le vecteur$\overrightarrow{BA}$ est appelé l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et on a :$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

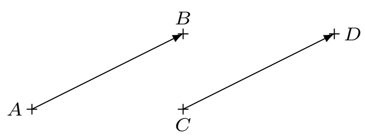
2.2 Égalité de deux vecteurs

Définition

On dit que deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction ,la même norme et le même sens.

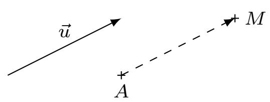
Exemple

- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction $((AB)//(CD))$.
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens (de A vers B et de C vers D).
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même norme $(AB = CD)$



Propriété

$\vec{u}$ est un vecteur et A est un point du plan.Il existe un point unique M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.



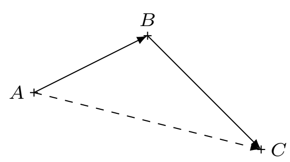
Propriété

Soit $ABCD$ un quadrilatère. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ est équivaut à $ABCD$ est un parallélogramme.

2.3 Somme de deux vecteurs

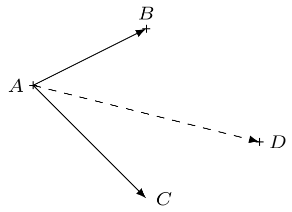
2.3.1 Relation de Chasles

Soient A,B et C trois points du plan. On a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.



2.3.2 Règle du parallélogramme

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs du plan. La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur $\overrightarrow{AD}$ tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme et on écrit : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



3 Multiplication d'un vecteur par un réel

3.1 Définition

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul.Le produit du vecteur $\vec{u}$ par un réel k est le vecteur noté $k\vec{u}$, est défini par :

1. Même direction que celle de $\vec{u}$.
2. — Si $k > 0$,$k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont le même sens.
   — Si $k < 0$,$k\vec{u}$ a de sens contraire que $\vec{u}$.
3. — Si $k > 0$ alors, $||k\vec{u}|| = k||\vec{u}||$
   — Si $k < 0$ alors, $||k\vec{u}|| = -k||\vec{u}||$

Propriété

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan et pour tous réels k et k',on a :

1. $k\vec{u} = \vec{0}$ équivaut à $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.
2. $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$.
3. $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$.
4. $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$.

3.2 Colinéarité de deux vecteurs-Alignement de trois points

Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires s'il existe un réel k non nul tel que :$\vec{v} = k\vec{u}$.

Propriété

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs non nuls. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ son colinéaires si et seulement si $(AB)//(CD)$.

Propriété

Les points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

4 Milieu d'un segment

Propriétés

Soit $[AB]$ un segment.
Le point I est le milieu du segment $[AB]$.On a :

1. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

2. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.
3. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
4. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.

Propriété

Soit ABC un triangle. Si I est le milieu du segment $[AB]$ et J est le milieu du segment $[AC]$ alors, $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.